

Camp electromagnètic i MOH

1. Un paràmetre que té gran interès físic en l'estudi de l'absorció de les ones és l'anomenat "espessor de semiabsorció" (D) i es defineix com: l'espessor que ha de tenir un medi absorbent per a que la intensitat inicial quedi reduïda a la meitat. Determina D en funció del coeficient d'absorció. (1 punt)

Solució:

Dades
 $I = I_0/2$
 $x = D$

L'equació que relaciona intensitats d'ones amb espessors de materials absorbents és l'equació de Lambert, on I és la intensitat de sortida, I_0 la intensitat d'entrada, x l'espessor del material i β el coeficient d'absorció característic de cada material. Podem relacionar l'espessor de semiabsorció, D, amb el coeficient β partint de l'equació de Lambert:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x} \rightarrow \frac{I_0}{2} = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot D} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{e^{\beta \cdot D}} \rightarrow 2 = e^{\beta \cdot D} \rightarrow \ln 2 = \beta \cdot D \rightarrow D = \frac{\ln 2}{\beta}$$

2. Dues esclertes molt estretes que disten entre si 0,80 mm, s'il·lumina amb llum roja del làser i produeixen unes franges d'interferència sobre una pantalla situada a 150 cm. Si la distància que separa la franja central (o 1^r màxim) del cinquè màxim és 4,80 mm, calcula la longitud d'ona en nm d'aquesta llum làser. (1 punt)

Solució:

Dades
 $d = 0,80 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
 $D = 1,50 \text{ m}$
 $x = 4,80 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Es tracta d'un problema d'interferència de la llum segons l'experiment de Young. Aplicarem l'equació que relaciona totes les dades per a una interferència destructiva corresponent a 5^è màxim, és a dir, per a $n = 4$:

$$x = n \cdot \lambda \cdot \frac{D}{d} \rightarrow \lambda = \frac{x \cdot d}{n \cdot D} = \frac{4,80 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1,5} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \frac{1 \text{ nm}}{10^{-9} \text{ m}} = 640 \text{ nm}$$

3. Les ones de llum visibles (VIS) no són perilloses perquè són poc energètiques. Les ones ultraviolades (UVA) són més energètiques i, per això, més perilloses. Raona i justifica quin tipus d'ona té:

- a) una major freqüència? (0,5 punts)
 b) una major longitud d'ona? (0,5 punts)

Solució:

L'energia que transporta una ona és la que li ha donat el MVHS del focus. Per tant podem deduir l'equació de l'energia emprant l'equació de l'energia total d'un cos que es oscil·la amb MVHS:

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot (m \cdot \omega^2) \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot A^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot \frac{v^2}{\lambda^2} \cdot A^2$$

a) Observam que l'energia, E, és directament proporcional a la freqüència al quadrat, f^2 . Per això les ones UVA són més energètiques perquè tenen major freqüència.

b) Per contra, l'energia, E, és inversament proporcional a la longitud d'ona al quadrat, λ^2 . Així les ones VIS duen menys energia per tenir una longitud d'ona major.

4. Una ona transversal té la següent equació d'ona en unitats SI:

$$\Psi(x, t) = 10 \cdot \sin \pi(1,6 \cdot x - 0,80 \cdot t)$$

a) Determina la velocitat de propagació i la longitud d'ona. (1 punt)

b) Calcula la velocitat de vibració d'un punt situat a 1,25 m quan han passat 2,5 s de temps. (1 punt)

c) Quina diferència de fase hi ha entre dos punts separats 2,50 m? (1 punt)

Solució:

a) Cal reescriure l'equació d'ona per poder identificar les magnituds de l'ona. En aquest cas basta multiplicar i dividir per 2 la fase:

$$\Psi = 10 \cdot \sin \pi \cdot (1,6 \cdot x - 0,80 \cdot t) = 10 \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1,6}{2} \cdot x - \frac{0,80}{2} \cdot t \right) = 10 \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot (0,8 \cdot x - 0,4 \cdot t)$$

$$\lambda = \frac{1}{0,8} m = 1,25 m \quad f = 0,40 \text{ Hz} \quad v_{\text{ona}} = \lambda \cdot f = 1,25 m \cdot 0,4 \text{ Hz} = 0,5 m/s$$

b) Per calcular la velocitat de vibració caldrà derivar l'equació de l'ona respecte del temps (podem emprar l'original que és més senzilla):

$$v = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d[10 \cdot \sin \pi \cdot (1,6 \cdot x - 0,8 \cdot t)]}{dt} = 10 \cdot \cos \pi \cdot (1,6 \cdot x - 0,8 \cdot t) \cdot (-0,8 \cdot \pi)$$

$$v = -8 \cdot \pi \cdot \cos \pi \cdot (1,6 \cdot x - 0,8 \cdot t)$$

$$v(1,25; 2,5) = -8 \cdot \pi \cdot \cos \pi \cdot (1,6 \cdot 1,25 - 0,8 \cdot 2,5) = -8 \cdot \pi \cdot \cos 0 = -8 \cdot \pi m/s$$

c) La diferència de fase la calcularem amb un factor de conversió sabent que quan l'ona s'ha desplaçat una distància igual a la longitud d'ona la fase ha variat en $2 \cdot \pi$ rad (una oscil·lació completa):

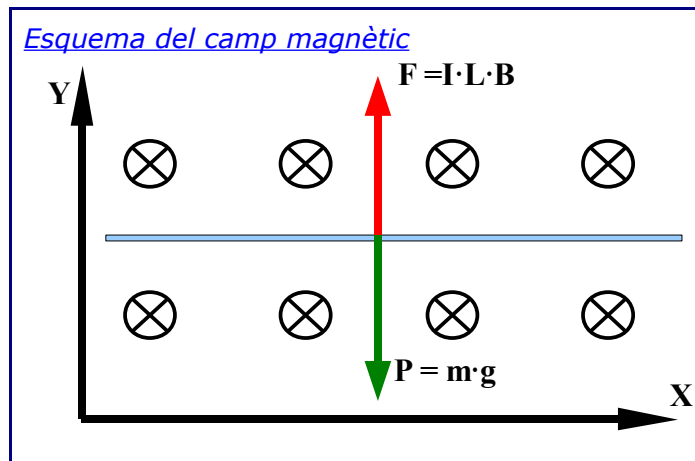
$$\Delta \varphi = 2,50 m \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1,25 m} = 4 \cdot \pi \text{ rad}$$

5. Un filferro homogeni de 50 cm de longitud i 10 g de massa es situa horitzontalment prop de la superfície terrestre. En un moment donat s'activa un camp magnètic d'inducció magnètica 200 mT que és perpendicular al filferro i també horitzontal. Calcula la magnitud i sentit que ha de tenir un corrent elèctric que passi pel filferro per evitar que aquest filferro caigui per acció del seu propi pes. (2 punts)

Solució:

| |
|------------------------|
| <u>Dades</u> |
| $L = 0,50 \text{ m}$ |
| $m = 0,010 \text{ Kg}$ |
| $ B = 0,20 \text{ T}$ |

Es tracta d'un problema d'interacció entre un corrent elèctric i un camp magnètic. Per la llei de Laplace sabem que s'origina una força que, en aquest cas haurà de tenir direcció vertical i sentit per amunt (la força ve donada pel producte vectorial: $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B}$) ja que ha de compensar la força deguda al pes. El vector $I \cdot \vec{L}$ haurà de dur direcció horitzontal i sentit cap a la dreta per produir una força per amunt.



El valor de la intensitat s'obté a partir de la igualació dels mòduls de la força de Laplace i del pes:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{F}| = I \cdot |\vec{L}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin 90^\circ \\ |\vec{P}| = m \cdot |\vec{g}| \end{array} \right\} I \cdot L \cdot B = m \cdot g \quad \rightarrow \quad I = \frac{m \cdot g}{L \cdot B} = \frac{0,01 \cdot 10}{0,5 \cdot 0,2} = 1 A$$

6. Un protó duu una energia cinètica de 4,5 MeV i es mou per amunt en el moment que entra dins d'un camp magnètic de 8,0 T perpendicular a la direcció de la velocitat (representa'l que s'endinsa dins del paper). Determina:

a) La força, en forma vectorial, que actua sobre el protó. (1 punt)

b) El radi de l'òrbita descrita i dibuixa-la. (1 punt)

Dades: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Solució:

Dades

$$E_c = 4,5 \text{ MeV}$$

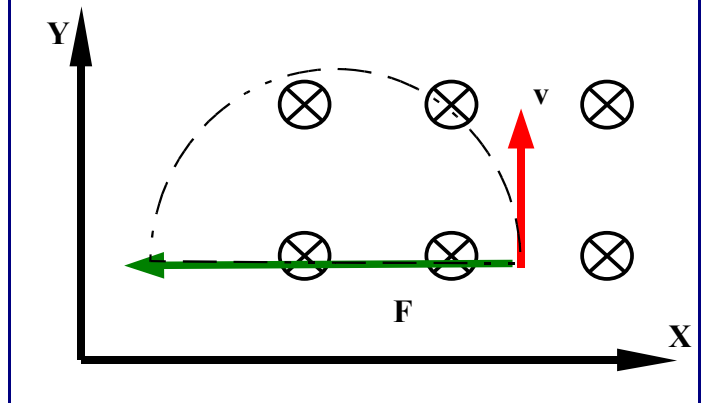
$$|B| = 8,0 \text{ T}$$

$$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Esquema del camp magnètic



Es tracta d'un problema d'interacció entre una càrrega (protó) i un camp magnètic on hem d'aplicar la llei de Lorentz. Però abans hem de calcular la velocitat a partir de l'energia cinètica:

$$E_c = 4,5 \text{ MeV} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 7,2 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,2 \cdot 10^{-13}}{1,7 \cdot 10^{-27}}} = 29,10 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

a) La força de Lorentz ($\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$) tindrà sentit cap a l'esquerra segons la figura. Podem calcular-la:

$$|\vec{F}| = q \cdot |\vec{v}| |\vec{B}| \cdot \sin 90^\circ = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 29,1 \cdot 10^6 \cdot 8 = 3,73 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| \cdot (-\vec{i}) = -3,7 \cdot 10^{-11} \vec{i} \text{ N}$$

b) El radi el podem calcular igualant el mòdul de la força de Lorentz al mòdul de la força centrípeta que és l'expressió de qualsevol força central que produeix rotació:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{F}| \\ |\vec{F}_c| = m \cdot \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} \quad \rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v^2}{|\vec{F}|} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot (29,1 \cdot 10^6)^2}{3,7 \cdot 10^{-11}} = 0,039 \text{ m} = 3,9 \text{ cm}$$