

Tema 1: EL CAMP GRAVITATORI



Activitat de raonament



Activitat de càlcul (numèric o algebraic)



Utilització dels recursos informàtics




Tractament de dades amb gràfics



Elaboració d'un treball bibliogràfic

ELS MODELS ANTICS


-  Realitza un treball on has d'explicar el model geocèntric de Ptolomeu, l'heliocèntric de Copèrnic, les observacions de Thyco Brahe i les proves que aportà Galileo Galilei en defensa del sistema de Copèrnic.

S'ha de fer en grup de 2 o 3 alumnes. El nombre màxim de pàgines és de 6, numerades, més la primera plana de títol amb el nom dels autors. Tipus de lletra Times New Roman 12 punts. Espais de 2 cm a cada un dels 4 costats. Títols dels apartats amb la mateixa lletra de 16 punts. S'ha de fer una introducció explicant el tema del treball. Hi ha d'haver figures indicant d'on s'han copiat. Al final s'ha de posar correctament la bibliografia consultada, per exemple el llibre de text s'ha d'escriure així:

LORENTE, S. i col. *Èter. Física*. Ecir Editorial. Paterna (València). 2009

Es pot emprar el llibre de text, llibres de la biblioteca i llocs web (a la nostra web <http://www.iesfe-lanitx.org/departaments/fisica-quimica> vés a **Recursos**, i cerca les animacions de física del camp gravitatori. Per visualitzar-les cal descarregar i instal·lar el programa **Flash Player** que trobareu a la secció **Software**). Altres adreces: Simulador del sistema de Ptolemeu <http://astro.unl.edu/naap/ssm/animations/ptolemaic.swf>

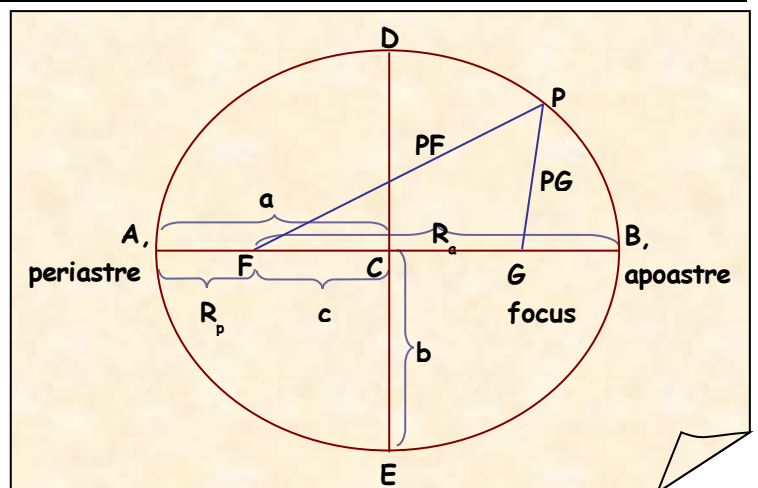
LES 3 LLEIS DE KEPLER


-  Sigui R_a el radi de l'apocastre i R_p el radi del periastre. Demosta matemàticament, a partir de la figura, que a una òrbita el·líptica:

(a) La distància d'un focus, F , al centre de l'el·lipse, C , val $c = (R_a - R_p)/2$.

(b) El semieix major, a , coincideix amb el radi mitjà, $a = (R_a + R_p)/2$.


(c) El semieix menor, b , es pot calcular com $b = (a^2 - c^2)^{1/2}$ aplicant que a una el·lipse la suma de les distàncies de qualsevol punt, P , A , B ,... als dos focus, F i G , és constant.




-  Experimenta el moviment dels planetes seguint la 2ª llei de Kepler:


(a) Amb l'aplet **2ª llei de Kepler** que trobaràs a la secció **Recursos** de la web del departament de física i química.

(b) Amb el simulador <http://astro.unl.edu/naap/pos/animations/kepler.html>

4.  Les òrbites dels planetes són molt poc excèntriques i pràcticament circulars. La més excèntrica és la de **Mercuri**. Calcula la velocitat areolar (àrea total dividida pel període) de Mercuri en UA^2/any sabent que $1 UA = 150 \cdot 10^6 km$ i que el període de Mercuri és de 0,241 anys. *Hauràs de cercar la fórmula de l'àrea d'una el·lipse, per exemple a <http://ca.wikipedia.org>*. Sol. $v_A = 1,90 \cdot 10^6 UA^2/any$

5.  La distància Terra-Sol és de $1,521 \cdot 10^{11} m$ a l'afeli i de $1,471 \cdot 10^{11} m$ al periheli. Calcula:
- (a) L'excentricitat de la Terra. Sol. $\epsilon = 0,0167$.
- (b) Si la velocitat orbital de la Terra és de 30,27 km/s al periheli, què val a l'afeli? Recorda que s'ha de conservar el moment angular (2^a llei de Kepler). Sol. $v_a = 29,27 u_+$ km/s.

6.  Problema núm. 2, pàg. 183.


7.  Problema núm. 4, pàg. 183.


Astre	Semieix major a en $10^6 km$	Període		
		Anys	Dies	Hores
Mart	228	1	321	7
Júpiter	778	11	314	20
Io	0,421		1,77	
Europa	0,671		3,55	
Halley	2 692	76		

8.   Determina el valor de la constant k de la 3^a llei de Kepler per als astres de la taula adjunta.


Quines conclusions se'n poden treure dels valors obtinguts?

Taula del problema 9

9.  S'ha observat que Calixt, un dels quatre satèl·lits de Júpiter descoberts per Galileu, necessita 16,69 dies per completar la seva òrbita. Està més a prop o més enfora de Júpiter que Io i Europa? Calcula-ho. Empra la constant de Kepler del problema anterior. Sol. $a = 1,88 \cdot 10^6 km$.

10.  El satèl·lit artificial nord-americà Vanguard III va ser llançat el 1959 i les seves altures (distàncies que el separaven de la superfície terrestre) en el perigeu i l'apogeu eren, respectivament, 510 km i 3 750 km. El primer satèl·lit artificial, llançat el 1957, el soviètic Sputnik I, tenia un període de rotació a la Terra de 5 770 s i el seu semieix major era 6 970 km. Sabent que el radi de la Terra és $R_T = 6 370 km$, calcula:

- (a) Quin era el període del Vanguard III? Sol. $T = 7 771 s = 129,5 min = 2 h 9,5 min$
- (b) Pel Vanguard III, el seu semieix major, a , i la seva excentricitat, ϵ . Sol $a = 8 500 km$ i $\epsilon = 0,1906$.
- (c) La velocitat areolar del Vanguard III. Sol. $v_A = 103,2 km^2/h$.

11.  Per què les òrbites de planetes i de satèl·lits són sempre planes i no són mai d'una altra forma (ondulades com una "patata fregida" per exemple)? Cal raonar-ho a partir d'alguna de les lleis que s'han vist.

12.



La comprovació de les lleis de física es fa de forma més fàcil gràficament. Així si volem comprovar la 3^a llei de Kepler podem representar a l'eix Y els valors T^2 i a l'eix X els de a^3 d'una sèrie de cossos. Si compleixen la 3^a llei tots els punts han de quedar damunt d'una recta de pendent k .

Per comprovar si tots els planetes coneguts pels antics (de Mercuri a Saturn) compleixen la 3^a llei de Kepler s'ha de posar l'equació d'una forma diferent per poder incloure dins del gràfic tots els valors. Fixa't amb la següent transformació on s'apliquen logaritmes:

$$T^2 = k \cdot a^3 \rightarrow \log T^2 = \log k + \log a^3 \rightarrow 2 \cdot \log T = \log k + 3 \cdot \log a \rightarrow \log T = \frac{\log k}{2} + \frac{3}{2} \cdot \log a$$

Hem obtingut una nova equació que si feim un canvi de noms: $\log T = y$, $\log a = x$ i $\log k/2 = n$ correspon a l'equació d'una recta ($y = m \cdot x + n$) molt més fàcil de representar.

- Ves a <http://solarsystem.nasa.gov/planets/chart/chart.cfm> i cerca-hi els semieixos majors dels 6 planetes. Els trobaràs en km, passa'ls a UA (recorda $1 \text{ UA} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$). També recull els valors dels períodes orbitals (en anys).
- Calcula els logaritmes dels semieixos majors i dels períodes orbitals. Ho pots fer amb calculadora o amb un full de càlcul (**OpenOffice Calc** o **Excel**).
- Representa els valors obtinguts en un gràfic damunt un paper mil·limetrat (Descarrega'l a l'adreça <http://people.rit.edu/andpph/misc/cm-graphpaper-1.jpg>). Si es compleix la 3^a llei de Kepler sortiran tots els punts damunt d'una recta.
- Calcula damunt del gràfic el semieix major d'Urà si el seu període orbital és 84,02 anys.
- Realitza l'apartat (c) emprant el programa **CurveExpert** que trobaràs a la secció **Software** de la web del departament. I calcula el semieix major amb l'equació que dona el programa.

LA GRAVITACIÓ DE NEWTON

13.



Problema núm. 5, pàg. 183.

14.



Problema núm. 6, pàg. 183.

15.



Qüestió núm. 4, pàg. 152.

16.

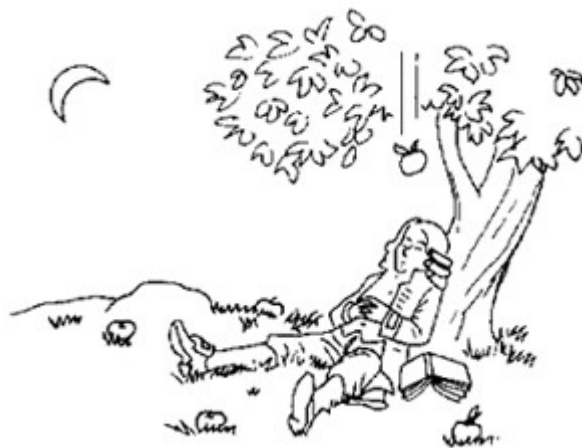


Quina diferència hi ha entre **massa inercial** (la de la 2^a llei de Newton de la dinàmica $F = m \cdot a$) i **massa gravitacional** (la que apareix a la llei de gravitació universal també de Newton)? Pots cercar informació a la web o a una enciclopèdia com l'enciclopèdia lliure en català <http://ca.wikipedia.org> o en altres llengües.

17.



Problema núm. 7, pàg. 183.



18. Problema núm. 8, pàg. 183.



19. Problema núm. 33, pàg. 185. Consulta el teu llibre (pàg. 175) o l'enciclopèdia lliure en català <http://ca.wikipedia.org> per saber què és un *satèl·lit geostacionari* i una *òrbita geostacionària*.



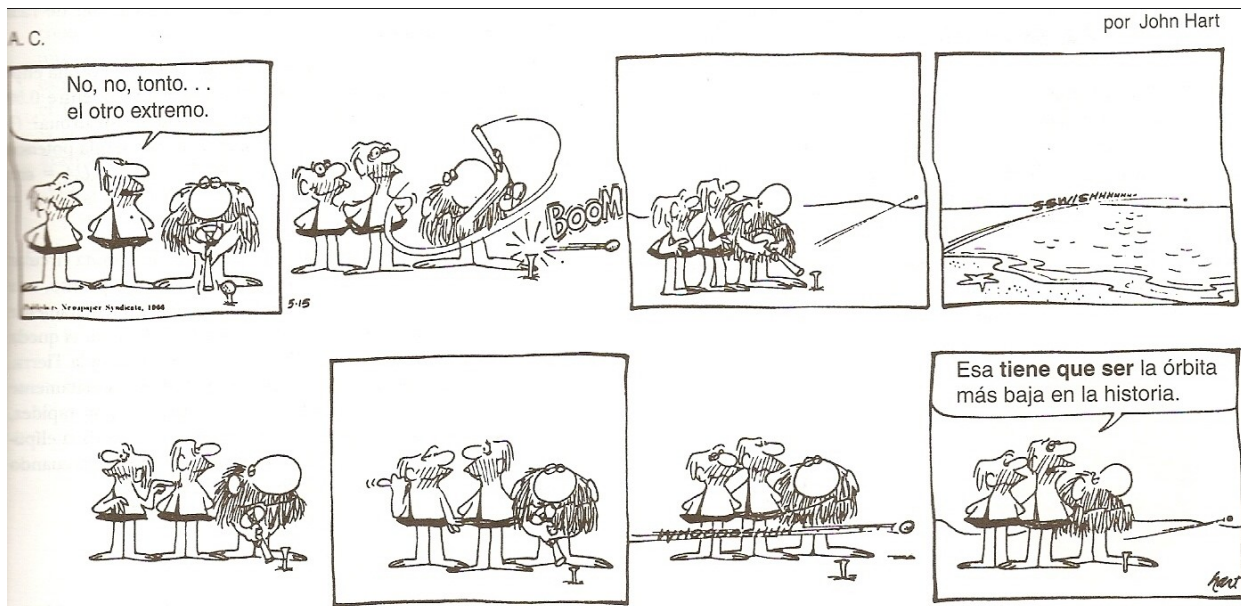
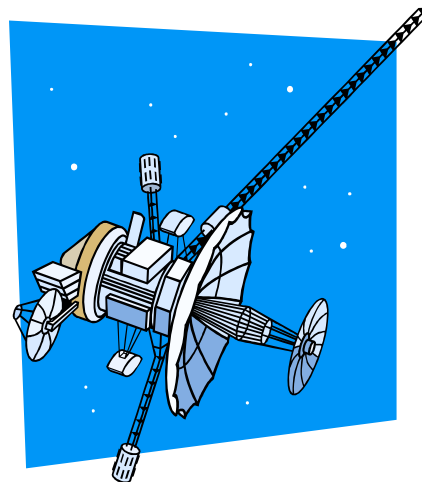
20. Problema núm. 36, pàg. 185.



21. Problema núm. 37, pàg. 185.



22. En la següent tira còmica es posa una pilota de golf en òrbita. Calcula el temps que esperen els protagonistes fins que torna passar la pilota després de ser llançada. Cerca les dades que necessitis a altres problemes o al llibre. Calcula, també, amb quina velocitat es mou la pilota.




23. Realitza un treball de màxim 2 fulls totals explicant les mareas amb la teoria gravitacional de Newton (consulta la pàg. 161 del llibre de text). Has d'incloure figures i bibliografia consultada. Pots emprar el llibre de text, d'altres llibres i llocs web.





EL CAMP GRAVITATORI

24. Problema núm. 15, pàg. 184.



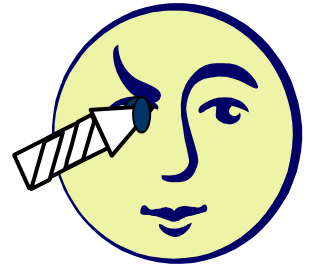
25.  Sigui un planeta qualsevol de radi R . A quina altura, h , mesurada des de la seva superfície la gravetat, g_h , és la meitat de la que té a la seva superfície, g_0 ? **Sol. $h = 0,414 \cdot R$.**


26.  El radi de la Terra es va calcular per primera vegada (Eratòstenes) emprant la diferència d'ombres d'un pal vertical a dos llocs separats una distància coneguda (pàg. 140 del llibre de text). El suposarem $R_T = 6,4 \cdot 10^3$ km. L'acceleració de la gravetat es pot determinar fàcilment amb un pèndol i un cronòmetre. El seu valor és $g_0 = 9,8$ m/s². Les observacions de les fases de la Luna indiquen que en un any la Lluna recorre aproximadament 13 vegades la seva òrbita a la Terra. Només amb aquestes dades determina la distància entre la Terra i la Lluna, suposant òrbita circular. **Sol. $d = 3,9 \cdot 10^5$ km.**


27.  Si aproximadament $M_{Lluna} \approx M_{Terra}/81$ i $R_{Lluna} \approx R_{Terra}/4$ i que $g_{0Terra} = 9,81$ m/s², calcula:


(a) El pes a la Terra i a la Lluna d'una persona de massa 60 kg (la massa és el que quotidianament anomenem pes). **Sol. $P_T = 589$ N, $P_L = 116$ N.**

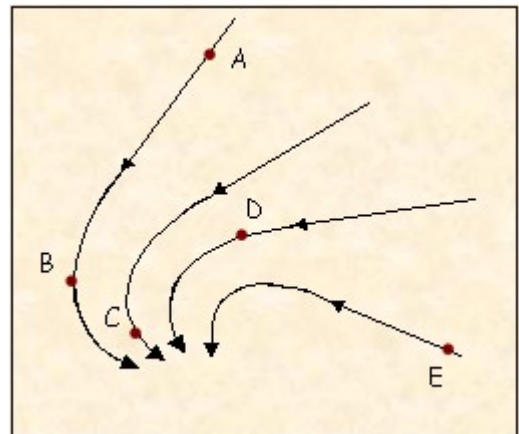
- (b) Quan alçam una massa d'1 kg a la Terra realitzam una força d'uns 10 N (9,81 N, per ser exactes). Si la nostra sensació de 10 N és la massa d'1 kg, quina massa ens semblarà que té aquesta persona a la Lluna? **$m \approx 12$ kg.**




28.  Calcula quina ha de ser la velocitat orbital que s'ha de comunicar a un satèl·lit artificial per situar-lo en òrbita circular estable a una altura de 30 000 m respecte de la superfície de la Terra emprant només les dades següents. Dades: $R_T = 6 370$ km; $g_0 = 9,81$ m/s². **Sol. $v = 7,88$ km/s**


29.  Problema núm. 14, pàg. 184.

30.  En el gràfic adjunt es representa un camp gravitatori, produït per varies masses que no sabem on estan situades ni la seva magnitud, mitjançant línies de camp. Dibuixa el vector intensitat del camp gravitatori (direcció, sentit i mòdul) a cada un dels cinc punts A, B, C, D i E.

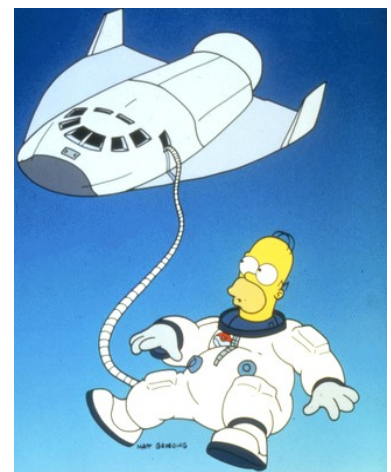


Il·lustració problema 30

31.  Fobos és un dels dos satèl·lits naturals de Mart i té una òrbita circular el radi de la qual és $r = 14 460$ km. Si el radi de Mart és $R = 3 393$ km i la seva gravetat superficial és 0,380 vegades la gravetat superficial terrestre, determina el període orbital de Fobos. **Sol. $T = 879$ min = 14 h 39 min.**

32.  Comenta aquestes dues afirmacions (pots justificar la teva resposta amb càlculs i, si cerques un poc, al llibre de text trobaràs un apartat on parla de **La in-gravitació**):

- (a) Habitualment es diu als medis de comunicació que els astronautes en òrbita a la Terra dels transbordadors



espacials nord-americans estan en estat d'ingravitació, i s'entén $g = 0$. L'altura d'aquestes òrbites és d'uns 300 km.

- (b) Els astronautes realitzen pràctiques en avions que es deixen caure durant varis minuts i experimenten en aquest temps la mateixa **ingravitació** que quan estan en òrbita.

33. Problema núm. 18, pàg. 184.

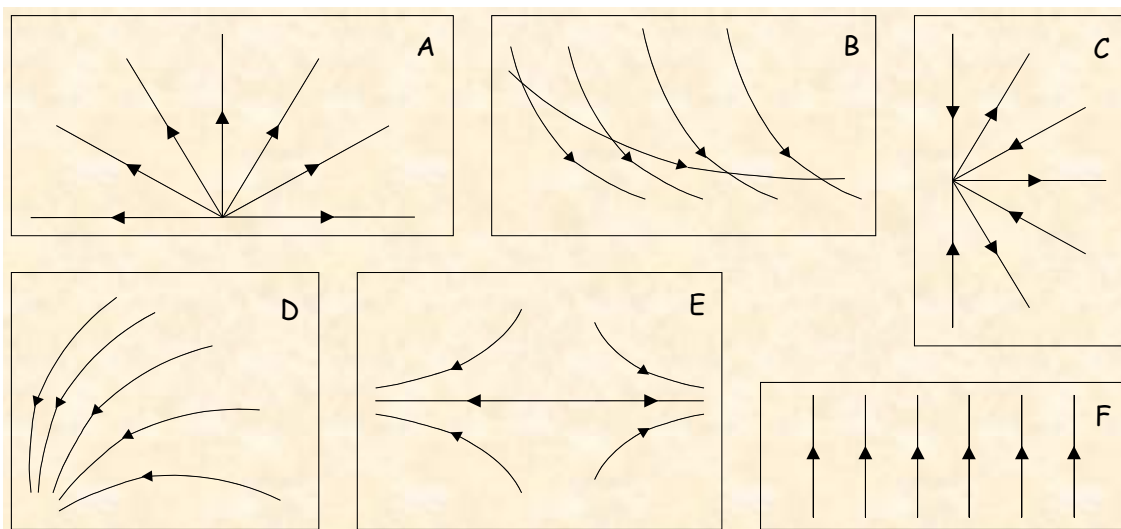


34. El valor del camp gravitatori terrestre és màxim:



- (a) En el centre de la Terra.
- (b) En la superfície de la Terra.
- (c) A distància infinita de la Terra.
- (d) El lloc depèn de la massa del cos que se consideri.

35. A les sis figures A, B,... i E es representen camps gravitatoris, produïts per una o més masses, i representats mitjançant línies de camp o de força. Explica quins camps són correctes i quins incorrectes justificant-ho.



36. Accedeix a la plana web <http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/gravita/appletsol.htm> del web **Fislab** del professor Tavi Casellas on trobaràs un applet que et permetrà col·locar varis planetes dins l'espai i representar les línies de camp gravitatori i els vectors camp. Experimenta amb varies configuracions.



37. Problema núm. 24, pàg. 184.




38. A un quadrat de 4,00 m de costat s'hi col·loquen masses en els seus vèrtex d'1,00 kg, 2,00 kg, 2,00 kg i 4,00 kg, en aquestes posicions respectivament: superior esquerra, superior dreta, inferior dreta i inferior esquerra. Determina al centre del quadrat, emprant $G \approx 2/3 \cdot 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. Fixa't que el càlcul no és tant llarg com sembla.

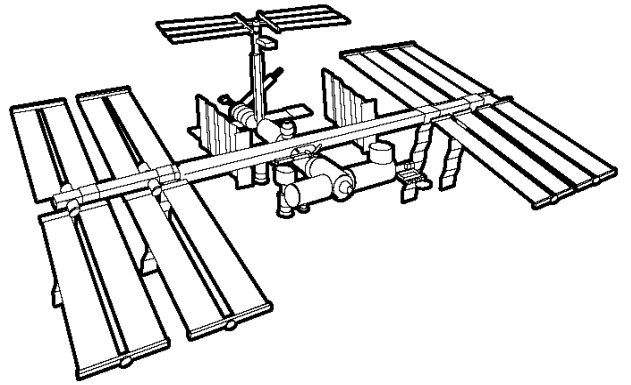



- (a) La intensitat del camp gravitatori. **Sol.** $\mathbf{g} = -5,89 \mathbf{i} - 17,7 \mathbf{j} \text{ nN/kg}$.
- (b) La intensitat de \mathbf{g} si les quatre masses fossin de 2,00 kg? **Sol.** $\mathbf{g} = 0 \text{ N/kg}$.


- (c) La força a la qual estaria sotmesa en aquest punt, en els casos anteriors, una massa de 8,00 kg. **Sol.** $F_a = -47,1 \text{ i} - 141 \text{ j nN}$, $F_b = 0 \text{ N}$.


ENERGIA GRAVITATÒRIA

39.  Determina l'energia cinètica i l'energia potencial de l'Estació Espacial Internacional (ISS), que té actualment una massa de 201 tones, en la seva òrbita a 354 km d'altitud respecte de la superfície terrestre. Dades: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6\,370 \text{ km}$. **Sol.** $U = -11,9 \text{ TJ}$; $K = 5,96 \text{ TJ}$





40.  Un objecte es mou sobre l'eix d'abscisses (eix X) sotmès a una força total $F(x)$ continguda dins l'eix X. Quina és l'expressió de $F(x)$ si l'energia potencial associada a aquesta força és $U(x) = 7x^{-4}$?


41.  En un camp gravitatori, a tota massa situada en un punt del camp, se li pot adjudicar un determinat valor d'energia potencial en funció de:
- El punt, la massa i el sistema de coordenades.
 - El punt, la superfície de la massa i el seu pes.
 - El punt, la massa i la intensitat del camp.
 - El punt, la superfície i la massa.

42.  Suposa que es descobreix un meteorit situat en repòs a una distància de la superfície de la Terra igual a 6 vegades el radi de la Terra ($6 \cdot R_T$). Amb quina velocitat arribarà a la superfície de la Terra si no consideram el fregament amb l'atmosfera? Influxa la massa del meteorit? (Aplica el principi de conservació de l'energia mecànica) **Sol.**

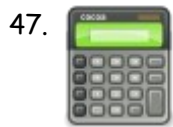
$$v = \sqrt{12 \cdot G \cdot M_T / 7 \cdot R_T}$$

43.  L'energia potencial d'un cos és $U = 12 \cdot x - x^3$.
- On és l'origen d'energia potencial? És únic?
 - Quina és la força que té associada aquesta energia potencial?
 - Fes un gràfic de l'energia potencial en funció de x . Quins són els punts d'equilibri estable i inestable?
- (d) Si un cos que té aquesta energia potencial, té energia total 0, a quina zona de l'eix X es podrà moure? Quina energia cinètica tindrà a $x = -0,5 \text{ m}$.

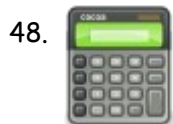
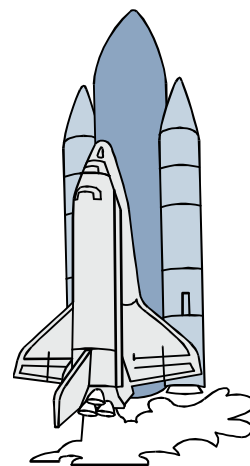
44.  És vàlida l'expressió $U = m \cdot g \cdot h$ que empram per calcular l'energia potencial dels cossos que estan prop de la superfície terrestre?

45.  Justifica si és certa la següent afirmació: "Si dues masses, M_1 i M_2 , creen un camp gravitatori en la mateixa regió de l'espai hi ha punts en els quals es creuen les línies del camp que crea cadascuna d'elles i punts on es tallen les superfícies equipotencials corresponents a cadascuna d'elles".

46.  Problema núm. 28, pàg. 185.



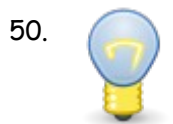
47. El telescopi espacial Hubble té una massa d'11 tones i fou col·locat en òrbita a 613 km d'altitud pel transbordador espacial Discovery, que fou llançat des de Cap Canyaveral a Florida, a $28,5^\circ$ de latitud nord, el 24 d'abril de 1990. Els llançaments es fan cap a l'est i a la zona més pròxima a l'equador per aprofitar la velocitat de rotació de la Terra. Aplicant el principi de conservació de l'energia mecànica, calcula el treball que realitzaren els motors per posar-lo en òrbita. Dades: $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6\,378 \text{ km}$. **Sol.** $W_{\text{ext}} = 0,374 \text{ TJ}$.



48. Problema núm. 39, pàg. 186.

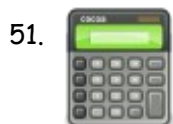
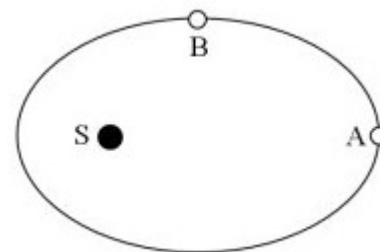


49. Accedeix al web <http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/gravita/appletsol.htm> del web Fislab del professor Tavi Casellas on trobaràs un applet que et permetrà col·locar varis planetes dins l'espai i representar les línies equipotencials i les superfícies equipotencials. Experimenta amb varies configuracions.

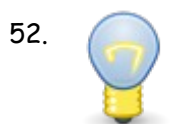


50. Un exoplaneta (planeta d'un altre sistema solar) descriu l'òrbita de la figura on S representa l'estel situat al focus. Estableix una comparació en els punts A i B d'aquesta òrbita entre les següents magnituds de l'exoplaneta:

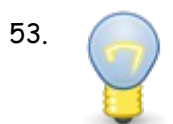
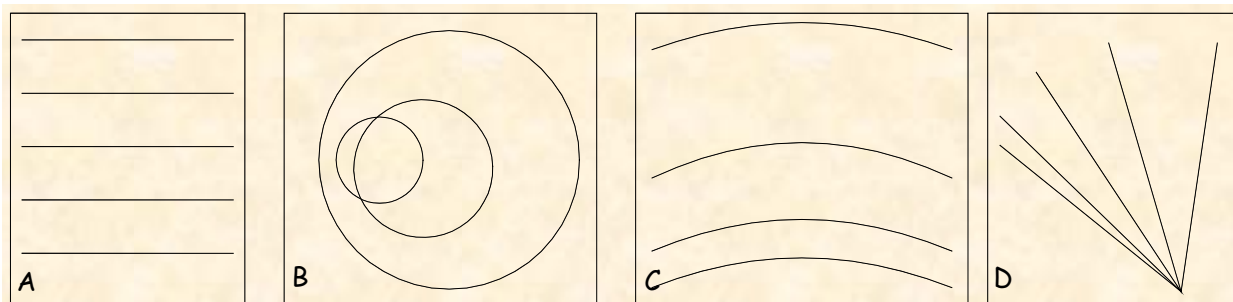
- (a) Velocitat de translació.
- (b) Moment angular respecte de l'estrella.
- (c) Energia potencial.
- (d) Energia mecànica.



51. Problema núm. 42, pàg. 186.




52. A la següent figura s'han representat línies equipotencials d'un camp gravitatori, la distància que separa en l'espai una línia de l'altra equival a una diferència de potencial constant per a totes les línies. a) Quina és la correcta? b) Quina situació s'ha representat? c) Dibuixa en la figura elegida el vector camp gravitatori en un punt d'una de les línies.




53. Siguin dues masses, M_1 i M_2 :

- (a) Existirà algun punt de l'espai en el qual el camp gravitatori provocat per ambdues masses sigui zero?

- (b) Existirà algun punt de l'espai en el qual el potencial gravitatori provocat per ambdues masses sigui zero?


54.  Realitza un petit treball de màxim 2 fulls explicant quin sistema empen els coets per moure's. És el mateix que empen els avions a reacció. En quin **principi de conservació** de física es basen? Has d'incloure figures i bibliografia consultada. Pots emprar el llibre de text, d'altres llibres i llocs web.


55.  Un transbordador espacial està en una òrbita a 300 km d'altura i ha de llançar un satèl·lit perquè passi a una òrbita superior a 36 000 km d'altura. Determina, emprant $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6\,370 \text{ km}$:

(a) Les velocitats de les dues òrbites circulars. **Sol.** $v_1 = 7,75 \text{ u}_T \text{ km/s}$; $v_2 = 3,07 \text{ u}_T \text{ km/s}$.

(b) Les velocitats de l'apogeu i del perigeu de l'òrbita de Hohmann. **Sol.** $v_p = 10,2 \text{ u}_T \text{ km/s}$; $v_a = 1,60 \text{ u}_T \text{ km/s}$.

(c) L'impuls mecànic (*cerca a algun llibre de física, a un enciclopèdia,... què és*) que s'ha de donar al perigeu i a l'apogeu si la massa del satèl·lit és 5 000 kg. **Sol.** $I_p = 1,22 \cdot 10^7 \text{ u}_T \text{ N} \cdot \text{s}$; $I_a = 0,735 \cdot 10^7 \text{ u}_T \text{ N} \cdot \text{s}$.

56.  Si l'energia potencial d'un cos es manté constant en una regió de l'espai, què podem dir de la força que origina el potencial en aquesta zona.



57.  Un grup d'astrònoms de l'OAM (Observatori Astronòmic de Mallorca, <http://www.oam.es>) observen tres cometes que s'aproximen al Sol. Després d'un



Cometa 1	Cometa 2	Cometa 3
$3K \sim -U$	$2K \sim -U$	$\frac{1}{4}K \sim -U$

exhaustiu seguiment poden deduir-ne, de forma aproximada, les seves energies cinètica i potencial així com queda reflectit a la taula adjunta. Indica quin tipus d'òrbita segueix cadascun (circular, el·líptica,...) i si algun tornarà a passar pel Sol.

58.  Problema núm. 47, pàg. 186.

59.   A un hexàgon, on cada costat té una longitud d'1,00 m, s'hi col·loquen, començant pel vèrtex superior de l'esquerra i girant segons les agulles del rellotge, les masses: 5,00 kg, 4,00 kg, 1,00 kg, 5,00 kg, 4,00 kg i 4,00 kg (*fixa't amb les simetries*). Determina:

(a) La intensitat del camp gravitatori al centre de l'hexàgon. **Sol.** $g = -0,2 \text{ i nN/kg}$.

(b) El potencial gravitatori al centre de l'hexàgon. **Sol.** $V = -46/3 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$.

(c) Calcula el treball extern necessari per desplaçar la massa d'1,00 kg des del punt on està fins el centre de l'hexàgon. És un procés espontani? Per què? **Sol.** $W_{\text{ext}} = -0,387 \text{ nJ}$

(d) La força que experimentaria una nova massa de 3,00 kg si la posessin al centre de l'hexàgon. **Sol.** $F = -0,6 \text{ i nN}$.

- (e) L'energia potencial que tendria dita massa de 3,00 kg. **Sol. $U = - 4,6 \text{ nJ}$.**
- (f) Quin treball fa el camp gravitatori d'aquest sistema per dur la massa de 3,00 kg des de l'infinit fins el centre de l'hexàgon? És un procés espontani? Per què?
Sol. $W_{AB} = 4,6 \text{ nJ}$.
- (g) Quina relació hi ha entre els dos resultats anteriors, apartats e i f?